5) $g(\alpha) = 0 \Rightarrow -\ln\alpha - \alpha e^{\alpha} + 1 = 0$

$\Rightarrow -\ln\alpha = \alpha e^{\alpha} - 1$

d'ou

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha e^{\alpha} - 1} \quad \frac{1}{e^{\alpha} - 1/\alpha}$$

Partie C

$x \in]0,+\infty[$

1) $h(x) = \dfrac{1}{e^x - 1/x}$

$$h'(x) = \frac{-(e^x + 1/x^2) < 0}{(e^x - 1/x)^2}$$

h est strictement décroissante sur $]0,+\infty[$.

2) $f(\alpha) = h(\alpha)$

$1,23 < \alpha < 1,24 \Leftrightarrow h(1,24) < h(\alpha) < h(1,23)$

(Car h est strictement décroissante)

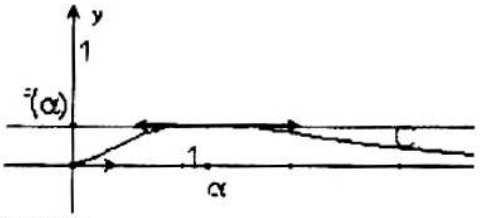
$\Rightarrow 0,377 < f(\alpha) < 0,383$ Donc 0,38 est une Valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-2}

3) $\alpha \approx 1,23$; $f(\alpha) \approx 0,38$.

* $f'_d(0) = 0$

(C) admet demi tangente horizontale au point d'abscisse 0.

* $f'(\alpha) = 0$



EX40

Partie A

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \left(\frac{1-x}{2}\right).e^{2x}$$

1) a) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{2}(x + e^{2x} - xe^{2x}) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{2}(x + e^{2x} - xe^{2x})$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{xe^{2x}}{2}\left(\frac{1}{e^{2x}} + \frac{1}{x} - 1\right) = -\infty$$

b) $\lim_{x \to -\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{2}[e^{2x} - xe^{2x}] = 0$

$\Delta: y = \frac{1}{2}x$ est une asymptote à (C) au voisin de $(-\infty)$.

c) $f(x) - \frac{1}{2}x = \left(\frac{1-x}{2}\right).e^{2x}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - x/2$	+	0	-
Position.Relatve	(C) / Δ		Δ / (C)

(1, 1/2)

2) f est dérivable sur IR comme étant produit et somme des fonctions dérivables.

$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}[-e^{2x} + 2(1-x)e^{2x}]$

$f'(x) = \frac{1}{2}[1 + (1-2x)e^{2x}]$

3) $U(x) = 1 + (1-2x)e^{2x}$

a) $U'(x) = -2e^{2x} + 2(1-2x)e^{2x}$

$U'(x) = -4xe^{2x}$

$U'(x) < 0$, pour $x \in IR_+^*$.

$U'(x) > 0$, pour $x \in IR_-^*$.

U est strictement décroissante sur IR_+.

U est strictement croissante sur IR_-.

b) U est continue sur [0,1]

U est strictement décroissante sur [0,1]

$U(0) \times U(1) = 2.(1-e^2) < 0$

d'ou l'équation $U(x) = 0$ admet une solution unique α dans [0,1]

c) Calculatrice $\Rightarrow$

$U(0,63) \approx 0,0831$; $U(0,64) \approx -0,007$

Donc une valeur approchée décimale de α par excès A 10^{-2} près est 0,64.

d) $\lim_{x \to -\infty} U(x) = 1$; $\lim_{x \to +\infty} U(x) = -\infty$

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
U'(x)	+	0	-	-
U(x)	1 ↗	2	↘ 0 ↘	$-\infty$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
U(x)	+	0	-

4) $f'(x) = \frac{1}{2}U(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
f'(x)	+	0	-
f(x)	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$